

Mocniny

s přirozeným mocnitelem

1. Mocniny s přirozeným mocnitelem (exponentem)

1.1. Zápis a výpočet mocnin

Příklad 1 : Vyjádřete jako mocninu :

a) $2.2.2.2.2.2.2.2.2 =$

b) $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) =$

c) $3.3.3.3.a.a.a.a.b.b.b.b =$

d) $4.5.a \cdot b =$

e) $\frac{1}{a.a.a.a.a} =$

Příklad 2 : Vyjádřete mocninu jako součin :

a) $4^3 =$

b) $6^2 a b^5 =$

c) $10a^{-2} =$

d) $4^3 a^2 b^{-3} =$

Příklad 3 : Vypočítejte :

a) $1,7^2 =$

b) $1\ 900^2 =$

c) $0,25^2 =$

d) $0,0017^2 =$

e) $800^2 =$

f) $0,14^2 =$

g) $3^5 =$

h) $(-1,3)^2 =$

i) $-0,2^5 =$

j) $-(-2)^4 =$

k) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 =$

l) $-\{ - [(-2)^2]^2 \}^3 =$

m) $4^{-2} =$

n) $0,4^{-2} =$

o) $0^0 =$

Příklad 4 : Vyjádřete jako součin (podíl) mocnin s co nejmenším přirozeným základem mocniny :

a) $\frac{8 \cdot 9^3}{16^4} =$

b) $\frac{27^4}{25^2} \cdot \frac{50^2 \cdot 32^{-2}}{81^5} =$

c) $\frac{20^4}{25^2} \cdot \frac{2^7}{8^3} \cdot 0,8^2 =$

d) $\frac{24 \cdot 8^{-3} \cdot 15^5 \cdot 45^3}{12^3 \cdot 50^4 \cdot 16^2} =$

Příklad 5 :

a) $(-3)^3 =$

b) $-(-2)^4 =$

c) $-(-2)^5 =$

d) $-(-2)^5 =$

1.2. Sčítání a odčítání mocnin

Sčítáme a odčítáme pouze mocniny se stejným základem a exponentem a to tak, že základ a exponent opíšeme a číslo před mocninou sečteme nebo odečteme.

Příklad :

$$2.5^4 + 6.5^4 = 8.5^4$$

$$8.4^9 - 2.4^5 = 6.4^4$$

$$7.5^3 + 5.5^3 = 12.5^3$$

$$7.12^8 - 3.12^8 = 4.12^8$$

$$5a^3 + 4a^2 - 5a + 6 - 8a^3 + 5a^2 - 4a - 7 = -3a^3 + 9a^2 - 9a - 1$$

$$7x^2y^3 - 2x^3y^2 + 3x^2y^3 = 10x^2y^3 - 2x^3y^2$$

$$9x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4 - 2x^3(x-3)^4 = 7x^3(x-3)^4 + 5(x-3)^4$$

$$3x^2 + 4x^2 - 5x^2 - 6x^2 + x^2 = -3x^2$$

Příklad 6 : Vypočítejte :

a) $3 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^2 =$

b) $2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^3 =$

c) $8 \cdot 5^7 - 3 \cdot 5^7 + 4 \cdot 5^7 - 9 \cdot 5^7 =$

d) $7 \cdot 9^2 - 5 \cdot 9^2 =$

e) $5 \cdot 0,1^3 - 3 \cdot 0,1^3 =$

f) $8 \cdot 11^2 + 7 \cdot 11^2 - 13 \cdot 11^2 =$

Příklad 7 : Vypočítejte :

U každého příkladu nejdříve podtrhněte stejnou barvou mocniny, které můžete sčítat nebo odčítat a pak vypočítejte.

a) $5 \cdot 7^2 - 2^5 + 5 \cdot 2^7 =$

b) $5 \cdot 7^2 + 7^2 - 5 \cdot 7^2 =$

c) $8 \cdot 5^6 - 15 \cdot 5^5 + 6 \cdot 5^6 - 25 \cdot 5^5 - 6 \cdot 5^6 =$

d) $8 \cdot 4^2 - 3 \cdot 4^3 + 32 \cdot 4 - 12 \cdot 4^2 + 64 - 2 \cdot 4^3 =$

e) $12 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^3 - 6 \cdot 3^2 =$

f) $9 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3^3 + 18 \cdot 3 - 12 \cdot 3^2 + 27 - 2 \cdot 3^3 =$

Příklad 8 : Vypočítejte :

a) $5 \cdot 2^3 - 2 \cdot 2^3 =$

b) $3 \cdot 2^7 - 4 \cdot 2^7 + 5 \cdot 2^7 =$

c) $-7 \cdot 6^{10} - 3 \cdot 6^{10} =$

d) $5,2 \cdot 10^5 + 5,2 \cdot 10^4 - 2,4 \cdot 10^3 - 2,4 \cdot 10^2 + 1,8 \cdot 10 - 5$

e) $2,7 \cdot 10^9 - 5,7 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 - 3,2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 - 1$

Příklad 9 : Vypočítejte :

a) $14 \cdot 2^4 - 12 \cdot 2^3 + 10 \cdot 2 + 8 \cdot 2^3 + 5 + 6 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^3 =$

b) $-4 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3^4 + 10 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^4 - 8 \cdot 3^3 + 4 =$

c) $6,3 \cdot 10^2 - 5,8 \cdot 10^2 + 2,7 \cdot 10^2 - 1,9 \cdot 10^2 =$

d) $5 \cdot 2 - (12 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2) - [5 \cdot 2 - (2 \cdot 2 - 12 \cdot 2^2)] =$

e) $3 \cdot 4 - [6 \cdot 4^2 - (3 \cdot 4 - 15 \cdot 4^2)] + (5 \cdot 4 + 4 \cdot 4^2) =$

Příklad 9 : Vypočítejte :

a) $7.2^5 - 5.2^4 + 3.2^3 - 2.2^2 - 0,4.2 + 4 + 5.2^5 - .2^4 + 2.2^3 - 0,4.2 + 9 =$

b) $0,4.2^5 - 2.2^3 - 2.2^2 + 6 + 7.2^5 - 5.2^4 + 3.2^4 - 2.2^2 - 0,74.2 + 1 =$

c) $-5.2^4 + 0,3.2^3 - 0,102.2^2 + 0,4.2 + 2,6 + 0,7.2^5 + 3.2^4 - 1,2.2^2 + 1,07.2^5 - 5,4.2^4 + 0,3.2^3 - 2.2^2 =$

d) $1,7.2^6 - 0,5.2^4 + 3,1.2^3 - 2.2^2 + 0,4.2 + 4 + 2,7.2^5 - 0,5.2^4 + 3,3.2^3 - 1,2.2^2 - 0,4.2 + 4 + 0,07.2^5 =$

e) $4.(2 + 3)^2 - 3.(2 - 3)^2 + 4.(2 + 3)^2 - 0,4.(2 - 3)^2 + 0,6.(2 + 3)^2 - 0,5.(2 - 3)^2 =$

1.3. **Násobení mocnin**

Násobit spolu můžeme pouze ty mocniny, které mají společný základ. Mocniny násobíme tak, že základ opíšeme a exponenty sečteme.

$$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$$

Příklad :

$$a^4 \cdot a^5 = a^9$$

$$4^3 \cdot 4^5 \cdot 4^2 = 4^{10}$$

$$4x^2b^3 \cdot (-2x^3b^4) = -8x^5b^7$$

$$3x^7 \cdot (-4x^3) \cdot 2x = -24x^{10}$$

$$x^3(a+b)^4 \cdot x^2(a+b)^5 = x^5(a+b)^9 \quad a \neq -b$$

$$(a+b)^5 \cdot (a-b)^5 = \text{nemá řešení}$$

Příklad 10 : Vypočítejte :

a) $6a \cdot 3a^2b^3 =$

b) $2^4a^5b^2 \cdot 2^{-3}a^4b^{-1} =$

c) $4ab^3 \cdot 3a^2b^2c^2 =$

d) $-4a^4b \cdot 4^2abc^2 =$

e) $a^5b^3c^4 \cdot 2a^3b^4c^5 \cdot 0,7a^1b^2c =$

f) $5a^4b^3c^4 \cdot 0,3a^4c^5 \cdot 0,4x^1b^3cd^2 =$

g) $0,1x^4 \cdot 52x^2 \cdot 43x^7y^3 =$

Příklad 11 : Vypočítejte :

a) $12^4 \cdot 12^3 =$

b) $(-5)^5 \cdot (-5)^4 =$

c) $(-4)^2 \cdot (-4)^3 =$

d) $a^8 \cdot 2a^2 =$

e) $(-a)^4 \cdot 4(-a)^2 =$

f) $20a^2 \cdot (-20)a^5 =$

g) $3a^2b^5c^4 \cdot 0,2a^2b^4c^2 \cdot 7a^1b^3c =$

h) $b^3c^4 \cdot 3a^2c^4 \cdot 2xb^5cd^1 =$

i) $20x^5 \cdot 52x^3 \cdot 43y^3 =$

Příklad 11 : Vypočítejte :

a) $(2a+4r)^5 \cdot (2a+4r)^6 =$

b) $(y-x)^a \cdot (x-y)^2 =$

c) $(2a-b)^3 \cdot (2a-b)^3 =$

d) $(x-5)^n \cdot (x-5)^{4n} =$

e) $(a+1)^2 \cdot (1+a)^3 =$

f) $(d+4)^5 \cdot (d+4)^4 =$

1.4. **Dělení mocnin**

Dělit spolu můžeme pouze ty mocniny, které mají společný základ. Mocniny dělíme tak, že základ opíšeme a exponenty odečteme.

POZOR : nesmíme dělit 0.

$$a^m : a^n = a^{(m-n)} ; a \neq 0; m > n$$

tedy například $2^6 : 2^4 = 2^{(6-2)} = 2^2$

$$\text{protože } (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot 2 \cdot 2}{\cancel{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}} = 2^2$$

8. ročník – Počítání s mocninami

Příklad :

$$a^4 : a^3 = a^1 \quad a \neq 0$$

$$4^{13} : 4^5 = 4^8$$

$$4x^5b^5 : (-2x^3b^4) = -2x^2b$$

$$4x^3 : 2x = 2x^2$$

$$2x^3(a+b)^4 : 0,5x^2(a+b)^5 = 4x(a+b)^9$$

$$4x(a+b)^5 : (a-b)^5 = \text{nemá řešení } a \neq b$$

$$12a^4b^8 : (-3a^2b^2) = -4a^2b^6 \quad a \neq 0, b \neq 0$$

Příklad 12: Vypočtete:

a) $7^4 : 7^3 =$

b) $(-5)^7 : (-5)^2 =$

c) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

d) $a^8 : a^2 =$

e) $(-a)^4 : (-a)^3 =$

Co nastane v případě, že exponent dělence je menší než exponent dělitele ????

$$a^m : a^n = a^{(m-n)} ; a \neq 0; m < n$$

tedy například $2^4 : 2^6 = 2^{(4-6)} = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

protože $(2.2.2.2) : (2.2.2.2.2.2) = \frac{2.2.2.2}{2.2.2.2.2.2} = \frac{\cancel{2.2.2.2}}{\cancel{2.2.2.2}.2.2} = \frac{1}{2.2} = \frac{1}{2^2}$

Příklad 13: Vypočtete:

a) $a^2 : a^5 =$

b) $a : a^4 =$

c) $a^2 : a^5 =$

d) $x^2 : x^4 =$

e) $a^5 : a^8 =$

f) $a^{25} : a^{27} =$

g) $x : x^3 =$

Příklad 14 : Vypočtete :

a) $12a^6 : 2a^4 =$

b) $-25a^3 : (-5a^2) =$

c) $100x^6y^3 : (-20x^5b^5) =$

d) $0 : 2a^4 =$

e) $9x^5 : 3x^3 =$

f) $24x^4 : 6x^7 =$

g) $4x^6 : 2x^7 =$

h) $25x^4y^3 : 5x^2y^3 =$

i) $x^5 : 2x^4 =$

j) $x^3y^5 : 2x^2y^6 =$